

ARTIGO

DETERMINISMO, ACASO, CAOS DETERMINISTA E SUAS APLICAÇÕES ALÉM DAS CIÊNCIAS FÍSICAS E DA MATEMÁTICA: UM OLHAR EM DIREÇÃO À CIÊNCIA DA VIDA

Daniel Felipe Neves Martins (*)

INTRODUÇÃO

Os últimos trinta anos da história da ciência e da matemática viram os crescimentos de pesquisas em sistemas dinâmicos não lineares de forma rápida e grandiosa. Pesquisadores teóricos e cientistas de diversas disciplinas presenciaram uma nova forma de interpretação e tratamento dos fenômenos traduzidos por comportamentos que não seguiam uma regularidade.

O mundo acadêmico, em diversas áreas, tomou conhecimento do poder e da beleza das *técnicas geométricas* e de uma *abordagem qualitativa moderna* desenvolvida neste período que permitiram interpretar coerentemente problemas de comportamentos aperiódicos e erráticos. De posse destas ferramentas, cientistas aplicaram a teoria qualitativa das equações diferenciais a um grande número de problemas importantes das ciências físicas, da química, da biologia e das ciências sociais. De acordo com Rosa (1995), a questão do determinismo *versus* indeterminismo na ciência ganhou espaço, estimulada por problemas interdisciplinares e pela difusão do uso de computadores, que abriram um novo campo experimental para a matemática. Os resultados obtidos passaram a ser extremamente excitantes uma vez que sistemas vistos como intratáveis do ponto de vista analítico tornavam-se facilmente “entendidos” e “resolvidos” sem a necessidade de se mostrar uma expressão matemática analítica chamada de *solução*. Dizer que um sistema *não tem solução* (não conseguir resolver analiticamente uma equação que satisfaça as equações que modelam o problema e, mesmo assim, poder *interpretar* o resultado encontrado) passa a ser uma solução para o problema. Tal forma de “resolver” o problema inicia-se com Poincaré (no contexto da física clássica pré-quântica) ao identificar órbitas estranhas nos planos de fases de problemas como o de três corpos na mecânica teórica. Esta questão se expressa ao comparar as equações diferenciais

formuladas no contexto de uma mecânica determinista e a imprevisibilidade propriamente dita de suas soluções, decorrente da hipersensibilidade a variações mínimas das condições iniciais, associada à não linearidade da equação.

Fenômenos que pareciam desestruturados e aleatórios, podem de fato estar obedecendo a leis simples, porém descrevendo comportamentos bastante irregulares. Os comportamentos caóticos e randômicos das soluções de um sistema dinâmico passam a fazer parte do conceito de solução de muitos sistemas não lineares e o desenvolvimento de uma “geometria conveniente” torna o estudo dos sistemas dinâmicos ainda mais agradável. Concordamos com Stewart (1999) ao dizer que: “o caos determinista tem suas próprias leis e inspira novas técnicas experimentais”, pois o mundo começou a desvendar que sistemas pertencentes a leis imutáveis e precisas, nem sempre atuam de maneiras previsíveis e regulares. Leis deterministas podem produzir um comportamento aparentemente aleatório. A ordem pode gerar o seu próprio tipo de caos.

Mas, como pontuamos anteriormente, todos estes estudos acerca dos sistemas não-lineares são relativamente novos e seus desdobramentos na própria matemática, na física e na filosofia da ciência estão em processo constante de crescimento e discussão na comunidade acadêmica, constituindo desde o final dos anos 1990 um importante capítulo para o desenvolvimento da epistemologia da ciência: a epistemologia dos sistemas dinâmicos. A poderosa mecânica clássica experimenta um surto de renovação teórica a partir do conceito matemático do caos. Da mesma forma que sistemas simples evoluem para resultados caóticos, sistemas aleatórios podem assumir um comportamento regular após serem capturados por atratores bem definidos.

Stewart (1999) nos diz que: “ao cabo de vários milhares de anos, a humanidade começou lentamente a se dar conta de que a natureza tinha muitas regularidades que podiam ser registradas, analisadas, previstas e exploradas. Por volta do século XVIII, a ciência já fizera tantos avanços na descoberta das leis da natureza que muitos pensavam que pouco restava a descobrir. Leis imutáveis determinavam o movimento de cada partícula no universo com exatidão e para sempre: a tarefa do cientista era elucidar as implicações dessas leis no tocante a todo fenômeno particular de interesse. O caos dera lugar a um mundo preciso como um relógio”. Com a mudança natural da visão do universo, muda-se também a forma de enxergá-lo e de interpretá-lo. A mecânica quântica deixa no passado um mundo de engrenagens que trabalham precisamente para dar lugar a um mundo inserido em uma verdadeira loteria cósmica. Passa a introduzir a probabilidade na interpretação das soluções da equação de Schrödinger, que substituiu a equação de Newton, dando origem a uma teoria pouco

intuitiva. Einstein, ao escrever uma carta para Max Born, com a famosa frase “Você acredita num Deus que joga dados, e eu, em lei e ordem absolutas” estava referindo-se à mecânica quântica, mas com um discurso filosófico impregnado da atitude de toda uma época em relação à mecânica clássica, em que a indeterminação quântica é inoperante. Acreditar na metáfora de um Deus que jogue dados é permitir questionar se a determinação deixa lugar para o acaso. Sobre a certeza ou não de Einstein em relação à mecânica quântica, o tempo ainda vai nos dizer, mas sabemos que, com o desenvolvimento dos estudos dos sistemas não lineares o mundo da mecânica clássica permanece ainda mais misterioso do que o mesmo imaginado por Einstein uma vez que fenômenos que pareciam desestruturados e aleatórios, muitas vezes obedecem a leis simples. A interpretação da Escola de Copenhague sobre a teoria quântica, baseada num micromundo essencialmente probabilístico, superou todos os obstáculos, incluindo os colocados pelo próprio Einstein.

Rosa (1995) nos informa que mesmo havendo como modelar o sistema dinâmico, o seu comportamento futuro a partir do seu estado inicial, jamais será totalmente preciso, fazendo com que a nossa capacidade de previsão esteja sempre limitada. Se, com uma pequena variação no estado inicial houver um pequeno desvio na trajetória, mesmo em longo prazo, há um controle simples, permitindo fazer previsões, ainda que com certo erro. Fluxos turbulentos de fluidos, inversão no campo magnético da Terra, irregularidades no batimento cardíaco, os padrões de convecção do hélio líquido, as acrobacias de corpos celestes, lacunas nos cinturões de asteróides, o crescimento de populações de bactérias, o pingar de uma torneira, o curso de uma reação química, o metabolismo de células, as mudanças atmosféricas, a propagação dos impulsos nervosos, oscilações de circuitos eletrônicos, o movimento de um barco preso a uma boia, o ricochetear de uma bola de bilhar, as colisões de um átomo de um gás, a incerteza subjacente à mecânica quântica, são exemplos citados por Stewart (1999) como problemas em que a matemática do caos tem sido aplicada. A ciência mostra que a imprevisibilidade não é resultado da ignorância do homem em não saber resolver uma equação, mas da forma como o mundo existe.

UM POUCO DE HISTÓRIA

Sistemas integráveis e sistemas caóticos.

De acordo com Moreira (1995) a palavra *caos* teve em sua origem uma associação ao estado de desordem e confusão antes da criação do universo, o que difere da definição atual que fala de comportamento aleatório ocorrendo em quaisquer

modelos dinâmicos baseados em regras bem definidas que associam, num determinado instante de tempo, valores únicos às variáveis que descrevem o sistema, a partir do conhecimento destas mesmas variáveis em instantes anteriores. Esta é a definição que adotamos para sistemas deterministas.

É importante que nos familiarizemos com alguns conceitos que norteiam a nossa discussão. Estes conceitos são muitas vezes confundidos pelo próprio uso corrente e inadequado dos vocábulos. A saber: *causalidade* é o mesmo que nexos lógicos entre eventos necessariamente sucessivos oriundos de uma teoria, *determinismo* é a evolução futura determinada por leis científicas causais (regularidades expressas por fórmulas matemáticas, sempre obedecidas por hipóteses) no passado, *previsibilidade* é a capacidade de prever a evolução do sistema para um tempo t grande e *computabilidade* é a capacidade de obter a solução e a evolução futura do problema a partir das equações que o modelam.

O que vem a ser o *caos determinista*? Refere-se a um sistema cuja característica principal é a sensibilidade às condições iniciais, por menor que seja a perturbação no estado inicial. Suas soluções são determinadas pelas equações newtonianas e computáveis via computadores, mas imprevisíveis para um tempo t muito grande devido à hipersensibilidade às condições iniciais. Tal hipersensibilidade faz com que a predição futura esteja altamente comprometida produzindo assim uma quebra no determinismo absoluto. O caos é sempre consequência de fatores ligados à instabilidade. Os sistemas integráveis têm comportamentos regulares, periódicos ou quase periódicos e conseqüentemente não-caóticos. Sabe-se atualmente que a quantidade de sistemas integráveis é muito menor do que os caóticos. De acordo com Rosa (1995) desde o final dos anos 1990 o uso da tecnologia na matemática, como o uso de computadores, vem descobrindo fenômenos de caos nas soluções das equações da mecânica clássica formando grupos de vanguarda nas pesquisas físicas, e estas guardando resultados teóricos e experimentais importantes, chamando a atenção de matemáticos e associando ao tema a geometria fractal e a teoria dos sistemas dinâmicos.

A ciência do caos a partir da segunda metade do século XIX

Ruelle (1993) conta que a explosão científica do acaso começou com Blaise Pascal, Pierre Fermat, Christiaan Huygens e Jacques Bernoulli, através da análise dos jogos de azar, dando origem ao cálculo das probabilidades¹. Problemas como o de

¹ Encontramos em Moreira (1995) um histórico completo sobre o pensamento e produções científicas sobre o caos desde a antiguidade clássica até o século XX.

calcular a probabilidade de aparecer cara ou coroa após o lançamento de uma moeda, além de ser objeto do cálculo das probabilidades, também é um tema essencial no estudo do acaso, pois analisa a passagem da incerteza para a quase-certeza, que se produz ao longo de várias séries de acontecimentos.

De acordo com Moreira (1995), “todos os personagens desta fase têm alguns traços em comum: fazem uma tentativa filosófica, com motivação religiosa, de conciliar o livre-arbítrio com o determinismo das leis da natureza. Além disso, pesquisam sistemas complexos: Maxwell (mecânica estatística, gases), Boussinesq (fluidos), Saint-Venant (elasticidade) e Stewart (engenharia e máquinas).

Ao contextualizar o estudo do caos determinista David Ruelle diz que:

“Por volta de 1900, muitos físicos e químicos negavam que a matéria fosse composta de átomos e moléculas. Outros aceitavam há muito o fato de que há num litro de ar um número incrível de moléculas indo a todos os sentidos em grande velocidade e se chocando na mais terrível desordem. Essa desordem, a qual chamamos de caos molecular, é, afinal de contas, muito acaso num pequeno volume. Quanto de acaso? (...)” (Ruelle, 1995).

Destacamos o final do século XIX, por entendermos que é de quando provém a maior contribuição individual para o estudo dos sistemas não-lineares de comportamentos caóticos, como a solução do *problema dos n corpos* proposta por Poincaré, mostrando que, no caso geral, o sistema não é integrável, podendo atingir níveis altos de complexidade, mesmo para o caso em que $n=3$. Poincaré revoluciona o estudo das equações diferenciais não-lineares introduzindo o estudo qualitativo das soluções dos sistemas dinâmicos em detrimento do estudo quantitativo e extremamente analítico vigente até então. Poincaré lança mão de uma combinação entre geometria e análise intitulada *Analysis Situs* dando origem ao que hoje conhecemos por topologia. Com sua nova forma de interpretar os resultados de um sistema dinâmico, Poincaré deixa de buscar essencialmente soluções analíticas para discutir o comportamento e propriedades globais das soluções de tais sistemas, levando em consideração as soluções mútuas entre o conjunto de soluções. Poincaré desenvolve tópicos na teoria dos sistemas dinâmicos que se tornaram ramos de estudos poderosos e de grande aplicabilidade nas diversas áreas do conhecimento como a periodicidade, estabilidade e comportamento genérico de sistemas dinâmicos.

Na visão de Moreira (1995), “Poincaré foi o único a adquirir uma visão mais global da nova mecânica”. Seu intuicionismo e sua generosidade foram tantas, que,

assustado com o aparecimento de resultados complicadíssimos que começavam a dar sinais de existência no final do terceiro volume de *Méthodes Nouvelles de La Mécanique Celeste* (1899), descreve a complexidade da figura, mas não desenvolve um estudo aprimorado, abrindo caminho para que outros matemáticos trabalhassem sobre o problema em questão. Hoje, as conhecidas *trajetórias homo clínicas transversas* perpassam por importantes resultados em matemática assim como temas de dissertações e teses em matemática, física e físico-matemática de vários centros de pesquisas do Brasil e do mundo desde os trabalhos de Birkhoff (anos 1930) e Smale (anos 1960). É importante registrar que Poincaré percebe as implicações físicas que um sistema sensível às condições iniciais gera para um sistema determinista.

Na introdução de *As Leis do Caos*, Prigogine (1993) afirma que “a formulação tradicional das leis da natureza contrapunha as leis fundamentais *atemporais* às descrições fenomenológicas, que incluem a seta do tempo. A reconsideração “caos” leva também a uma nova coerência, a uma ciência que não fala apenas de leis, mas também de eventos, a qual não está condenada a negar o surgimento do novo, que comportaria uma recusa da sua própria atividade criadora”.

As técnicas da combinação análise-geometria propostas por Poincaré permitem analisar o que virão a ser as soluções dos sistemas dinâmicos a partir do conceito de espaços de fase entre outros. Diversas classes de sistemas instáveis, desde transformações geométricas, cujos traços são definidos a partir de um tempo discretizado, até sistemas dinâmicos que atuam sob a égide de um tempo contínuo são conhecidas hoje, tendo levado as ciências a repensarem a forma tradicional de conceber a própria ciência. Matemáticos soviéticos como Liapunov (que juntamente com Poincaré é considerado fundador da Teoria Qualitativa das equações diferenciais), Pontryagin, Andronov (ambos se dedicam ao conceito de estabilidade estrutural) e outros tantos deram várias contribuições através de seus estudos em dinâmica. Os americanos Moser e Smale, os brasileiros Mauricio Peixoto e Jacob Palis e os russos Kolmogorov, Arnold e Sinai impulsionaram os estudos de sistemas dinâmicos pelo mundo tendo contribuído muito para o desenvolvimento de uma nova forma de pensar a realidade física modelada pela matemática, pós Poincaré.

Os sistemas dinâmicos modelando a ciência da vida

Em Biologia há uma grande variedade de fenômenos ligados à vida que apresentam um comportamento não-regular e aparentemente randômico: análise do crescimento e do decréscimo de espécies em genética das populações, evolução

de populações de vírus e de bactérias, proliferação de doenças infecto-contagiosas, entre tantos outros assuntos. Os conceitos ligados aos sistemas dinâmicos sensíveis às condições iniciais têm sido muito explorados nestes problemas biológicos, como os trabalhos de: Phillippe (1993), que aplicou a teoria do caos a eventos, como a ocorrência de epidemias esporádicas e o período de incubação de uma doença, Salzano (2003), Borojevic (2003), enfocando a evolução, entre outros.

Salzano (2003) diz que “em concordância com a teoria do caos, vivemos em um mundo em mudança constante”. Esta afirmativa nos leva facilmente a imaginar toda complexidade em torno do tema *vida*, desde a explosão mater (o Big Bang) ocorrida há quinze bilhões de anos até a possível origem da vida propriamente dita em nosso planeta, há três e meio bilhões de anos. Assim, conceitos de fácil entendimento, como os de mutação e seleção natural são exemplificados por Salzano (2003) como sendo fenômenos extremamente complexos, de difícil estudo e que, como tais, não devem ser vistos de forma simplista sob a óptica dos conceitos de geração da *variabilidade do material genético transmissível de geração em geração* nem da *preservação das variações favoráveis em detrimento das prejudiciais* respectivamente. Mostra ainda que a diversidade do universo não é originada nem regida por obra do simples acaso havendo limitações responsáveis pela complexidade dos fenômenos em geral, levando a uma imprevisibilidade que se adapta à teoria do caos, sendo muito importante a investigação analítica do fenômeno com base nesta teoria. Podemos encontrar também em Borojevic (2003), ao dizer que “(...) ao longo da evolução, os sistemas interativos podem atingir progressivamente o limiar do grau da complexidade que gera condições para uma explosão inédita de criação e propriedades novas. Na fase da progenota, o desenvolvimento das interações específicas entre as macromoléculas permitiu a rica e rápida evolução das bases moleculares da vida. Na linhagem dos eucariotas, a evolução das interações celulares permitiu a passagem para a organização multicelular plena (...) com a criação da diversidade das formas elaboradas e complexas dos organismos superiores (...) Aparentemente, muitos passos cumulativos são necessários para se atingir o limiar da geração de uma nova qualidade; porém, uma vez atingido esse limiar, o sistema se torna auto-estimulado, gerando uma vertiginosa diversificação e evolução de formas e qualidades novas”, uma revelação do caráter complexo da evolução dos seres vivos identificada com a teoria dos sistemas dinâmicos.

Depois dos estudos de Charles Darwin, é consenso de que a biologia é a expressão de um paradigma evolucionista: insiste em analisar o surgimento de novas espécies, de seus modos de adaptação e de seus nichos ecológicos e não somente do nivelamento e da morte térmica, como vinha fazendo a física representada pela

termodinâmica, isto é, a formação do universo num nível muito baixo de entropia correspondente a uma ordem inicial até chegar, num futuro distante, à sua morte térmica (Prigogine, 1993).

Exemplificando

O matemático italiano Vitto Volterra, após a primeira guerra mundial dedicou-se ao estudo de modelos matemáticos que descrevessem o sistema predador-presa. Formulou um sistema de equações diferenciais para explicar por que a população de peixes do mar mediterrâneo flutuava periodicamente. O modelo, também estudado por Lotka, ficou conhecido como equações de Lotka-Volterra. Vamos ilustrar o fenômeno nos apropriando da linguagem corrente. Suponha uma região com um número pequeno de predadores e um grande número de presas. Estas presas limitadas pela quantidade de alimento disponível e do número de presas presentes que se alimentam delas. As presas, em número maior, servem de alimento para os predadores, cuja população cresce, devastando o número de presas. Tais presas então passam a flutuar pela superfície devido ao inchaço do excesso de alimentação e do processo natural de deteriorização. Sua população diminui naturalmente. A ausência de um número grande de predadores faz com que a população de presas sofra uma explosão, gerando um ciclo periódico. Estes ciclos são conhecidos como ciclos de Volterra. Sistemas que descrevem aumento ou extinção de uma população são muito difíceis de serem modelados, fazendo com que os biólogos incorporem parâmetros adicionais ao modelo, na esperança de descreverem melhor a realidade. É claro que, quanto maior o grau de liberdade das equações que traduzem matematicamente o problema, mais “patologias” ele poderá apresentar. Segundo Stewart (1999), o primeiro modelo matemático envolvendo estudos sobre população foi escrito por Fibonacci, em 1220 e tratava do comportamento reprodutivo de coelhos. A partir de um casal de coelhos, *seria possível prever a quantidade de coelhos existentes para um tempo grande t , admitindo que os coelhos e seus ímpetus reprodutivos nunca morram?* Este problema, apesar de possuir uma solução analítica, não possui uma aplicação real. Basta observar (após os respectivos cálculos matemáticos) que sendo este crescimento exponencial, após 114 gerações o número inicial de coelhos habitaria todo o universo conhecido impossibilitando a vida humana. Um grande número de experiências em ciências biológicas e médicas tem sido realizado, levando cientistas a concluírem que por mais simples que pareça o modelo de crescimento populacional num ambiente restrito, a possibilidade de geração de periodicidade e de caos é grande. Comum é a flutuação randômica, que obviamente produz o seguinte

questionamento: em que medida o caos determinístico é verdadeiro? Grande parte da abordagem de problemas biológicos via teoria do caos é complementar às abordagens convencionais, concentrando-se em observações empíricas. Sua principal desvantagem é a necessidade de séries temporais muito longas, que raramente são disponíveis. O ideal é a conjugação das duas abordagens para melhor interpretação do problema proposto.

Durante os anos 1950, biólogos que desenvolviam pesquisas na área de sistemas dinâmicos já entravam em contato com a teoria do caos, como Moran em 1950 e Ricker em 1954, estudando populações de insetos e peixes respectivamente assim como descobrindo soluções estáveis, periodicidade e até caos.

O aumento dos estudos e pesquisas em análise numérica durante os anos 1970 contribuiu para aumentar a área de atuação da matemática do caos na biologia. O advento do computador vem mais uma vez ratificar tal afirmativa. A dinâmica caótica tem sido proposta para modelar o comportamento desordenado de células que se transformam em células cancerosas, para analisar ondas cerebrais, para decidir resultados em pesquisas genéticas, para interpretar o batimento cardíaco em descompasso. Stuart (1999) afirma que “os organismos vivos exibem uma enorme gama de comportamentos. Alguns são tão complexos que é impossível imaginar que a matemática possa lançar alguma luz sobre eles”.

Concluindo

Cientistas de diversas partes do mundo se deram conta de que a matemática dos sistemas dinâmicos une a teoria às aplicações elaborando conceitos e técnicas para enfrentar e vencer as dificuldades postas pela dinâmica não linear. Esta nova seta, que aponta para a matemática uma nova direção, permite-lhe penetrar com o objetivo de desvendar a essência de muitos efeitos dinâmicos do mundo real. O olhar carinhoso e interessado para a biologia nos faz descrever brevemente as diferentes aplicações da teoria qualitativa das equações diferenciais fora da matemática pura, mas sempre na tentativa de descrever um modelo da realidade, lembrando ao leitor que o nascimento desta teoria muito tem a ver com as necessidades da física.

Os movimentos que representam a vida estão tomando corpo dentro da matemática a partir da teoria do caos. Uma nova leitura da realidade relativa às ciências biológicas está sendo feita. Matemáticos passam a compreender a ciência da vida através de sua lente, de suas ferramentas e vice-versa. Compreender uma disfunção biológica, uma anomalia em população, ou um crescimento irregular de microorganismos faz com que soluções de problemas sejam encontradas, assim como mostra a possibilidade de

efetuar a correção de “defeitos” oriundos da modelagem do problema. Os métodos experimentais devem ser replanejados e realizados da maneira mais precisa possível. A teoria do caos nos ensina que, mesmo quando a nossa teoria é determinística, nem todas as previsões conduzem a experimentos reproduzíveis. Mas nem tudo está perdido. As teorias determinísticas, que resistem bem às pequenas perturbações (tão pequena quanto se queira) nas condições iniciais são boas candidatas para testes. É desagradável lembrar que o número de situações da vida real que apresentam tais modelos matemáticos é reduzidíssimo em relação ao número de situações que são modeladas por equações diferenciais não-lineares.

Os exemplos retirados da biologia mostram que equações bem definidas oriundas da mecânica clássica e o indeterminismo em longo prazo gerando o caos podem coexistir. Esta lição é de grande valor para a filosofia e para a epistemologia da ciência como quebra de paradigma.

BIBLIOGRAFIA

- [1] - Borojevic, Radovan. *Complexidade e caos*. Rio de Janeiro: Editora UFRJ. 2003.
- [2] - Devaney R.L. *Chaotic Dynamical Systems*. 2nd Ed Addison - Wesley Publishing Company. Department of Mathematics – Boston University. 1989.
- [3] - Moreira, I.C. *Caos, acaso e determinismo*. Rio de Janeiro: Editora UFRJ. 1995.
- [4] - Nussenzveig, M. *Complexidade e caos*. Rio de Janeiro: Editora UFRJ. 2003.
- [5] - Salzano, F.M, *Complexidade e caos*. Rio de Janeiro: Editora UFRJ. 2003.
- [6] - Stuart, I. *Será que Deus joga dados? A nova matemática do caos*. Ciência e cultura. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor
- [7] - S. Levin. *Studies in Mathematical Biology*. Washinton D.C. Mathematical Associations of América. 1978.

(*) **Daniel Felipe Neves Martins** é Doutor em História das Ciências, Técnicas e Epistemologia pelo HCTE/UFRJ e docente do Departamento de Matemática do Colégio Pedro II.