ARTIGO

SEMELHANÇA ENTRE OS CONCEITOS DE NÚMERO NATURAL E CONJUNTO.

Guita Nascimento (*)

Desde o nascimento, tomamos conhecimento do mundo a nossa volta através de nossos sentidos: *ouvimos* os sons, *sentimos* o cheiro e *provamos* o sabor dos alimentos, *vemos* e *tocamos* nos objetos. Através desta coleção de sensações, o conceito de número natural finito aos poucos vai se formando em nossa mente.

Ainda crianças, aprendemos a diferenciar conjuntos que têm apenas um elemento (conjunto unitário) dos demais conjuntos com mais de um elemento e induzimos que, por exemplo, a junção de dois desses conjuntos unitários, dá origem a um novo conjunto, agora com dois elementos.

Percebemos, então, que as noções de número natural e de conjunto estão intimamente relacionadas.

Mas, afinal, o que um tem a ver com o outro?

Segundo *Giuseppe Peano* (1858- 1932), a definição de *número natural* parte dos seguintes postulados:

1) 0 é um número natural;
2) O sucessor de um número natural é também um número natural;
3) Não existem dois números naturais com o mesmo sucessor;
4) Zero não é sucessor de nenhum número natural;
5) Qualquer propriedade possuída por 0 ou pelo sucessor de qualquer número natural dotado de tal propriedade, é possuída por todos os números naturais.

Temos, ainda, segundo *Georg Cantor* (1845 – 1918), a definição de *conjunto*:

“Conjunto é qualquer coleção, dada como um todo M, de objetos m definidos e separados de nossa intuição ou pensamento”.

Observe-se que *Cantor* utiliza o que podemos chamar de “noção combinatória de conjunto” (extensional), pela qual os objetos admitem ser reunidos segundo escolhas arbitrárias, não havendo necessidade de que seja apresentada uma idéia vinculada à extensão de uma propriedade bem definida.

Estas duas definições podem ser relacionadas uma com a outra, da seguinte forma:

$$\phi \rightarrow zero$$

$$\{\phi\} \rightarrow um$$

$$\{\phi;\{\phi\}\} \rightarrow dois$$

$$\{\phi;\{\phi\},\{\phi,\{\phi\}\}\} \rightarrow três$$

e assim sucessivamente.

Finalmente, Cantor definiu dois conjuntos como sendo *eqüipolentes,* quando existe uma função biunívoca entre eles. Quando isto ocorre, dizemos que os dois conjuntos possuem a mesma potência, ou número cardinal.

Sendo assim, se considerarmos dois conjuntos, com o mesmo número de elementos, eles pertencem a uma mesma classe de equivalência e estão relacionados a um mesmo número cardinal. Por exemplo, os conjuntos $\{\phi;\{\phi\},\{\phi,\{\phi\}\}\}$ e {1, 2, 3} estão relacionados ao número natural 3, assim como os conjuntos {a, b, c} e {0, 1, 2}.

A conexão final entre tais conceitos vem da conclusão de que sempre que tivermos conjuntos que possam ser relacionados através de uma função bijetiva, a estes corresponderá um número natural, representando exatamente a quantidade de elementos de cada um destes conjuntos.

BIBLIOGRAFIA

[1] - Cantor, Georg, *Fondements d'une théorie générale des ensembles* (Grundlagen), Acta Mathematica 2, pp. 381- 408, 1883.

______ *Contribuitions to the Founding of the Theory of Transfinite Numbers*, tradução dos artigos *Beiträge zur Begründung der transfiniten Mengenlehre*, Parte I, 1895, e Parte II, 1897 escrita por P. E. B. Jourdain, Chicago, Dover Publications, Inc, Nova York, 1955, publicado originalmente por Open Court Publishing Company em 1915.

[2] - Tait, W. W., *Cantor's Grundlagen and the paradoxes of set theory*, acessado em 03 de agosto de 2007, http://home.uchicago.edu/~wwtx/cantor.pdf

(*) Guita Nascimento é Doutora em História das Ciências, Técnicas e Epistemologia pelo HCTE/UFRJ e docente aposentada do Departamento de Matemática do Colégio Pedro II.